

Reflexões didáticas sobre o ensino- aprendizagem da Geometria PEPG EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DA PUC-SP



Grupo Pea-mat
Fevereiro de 2008

Geometria: ramo importante da matemática

- A geometria é um ramo importante da Matemática tanto como objeto de estudo, como instrumento para outras áreas.
- No entanto, os professores do ensino fundamental apontam a geometria como um dos problemas de ensino-aprendizagem.
- O diagnóstico dessa situação vem sendo discutido nos meios acadêmicos, em alguns segmentos da sociedade e inclusive, em algumas instancias governamentais.
- A Secretaria de Ensino Fundamental do MEC colocou em discussão nacional, os Parâmetros curriculares e apontou a necessidade de revisão na formação de professores para a efetiva implantação de novas alternativas.

Razões do baixo desempenho dos alunos

- Nas raízes da questão particular do baixo desempenho em Geometria alguns fatos se destacam:
 1. grande parte dos professores que hoje estão em atividade receberam uma formação de base muito precária em Geometria, devido à própria influência que o movimento da Matemática Moderna desempenhou em nossos currículos nas décadas de 60/70;
 2. os cursos de formação inicial de professores - tanto os cursos de magistério como os de licenciatura - continuam não dando conta de discutir com seus alunos uma proposta mais eficiente para o ensino de geometria;
 3. também as modalidades de formação continuada, postas em ação nos últimos anos, basicamente na forma de cursos de reciclagem, não têm atingido, igualmente, o objetivo de mudar a prática na sala de aula em relação ao ensino de Geometria.

Resgatar a geometria

- Embora os currículos mais recentes destaquem a importância de se resgatar o trabalho com Geometria no Ensino Fundamental, o professor não sabe claramente o que fazer.
- Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) enfatizam a importância da geometria no quarto ciclo (7a e 8a série) e da importância da construção de situações-problema que favoreçam o raciocínio dedutivo e a introdução da demonstração, apresentando verificações empíricas:
 1. *"Os problemas de geometria vão fazer com que o aluno tenha seus primeiros contatos com a necessidade e as exigências estabelecidas por um raciocínio dedutivo. Isso não significa fazer um estudo absolutamente formal e axiomático da geometria".*
 2. *Embora os conteúdos geométricos propiciem um campo fértil para a exploração dos raciocínios dedutivos, o desenvolvimento dessa capacidade não deve restringir-se apenas a esses conteúdos. A busca da construção de argumentos plausíveis pelos alunos vem sendo desenvolvida desde os ciclos anteriores em todos os blocos de conteúdos."(p. 86)".*

As principais funções das construções geométricas

1. **visualizar,**
2. **fazer ver,**
3. **Resumir informações,**
4. **ajudar a provar e a conjecturar.**

Problemas ligados à formação de conceitos geométricos nos alunos de 3o e 4o ciclos básicos

- muitos tópicos de Matemática não são planejados ou não são ensinados, portanto não são aprendidos.
- Até a oitava série, embora quase todos os professores achem que a Geometria é importante para merecer um lugar em todos os níveis do ensino, não há concordância quanto ao conteúdo ou à seqüência do ensino da geometria.
- Significa, pois, que os professores não podem esperar que seus alunos tenham acumulado previamente mais do que um conhecimento em Geometria fundado em experimentação.

Visão absolutista

- Morgado (1997) assinala que, a **visão** que vem dirigindo nosso ensino da Matemática há vários séculos **é a visão absolutista da Matemática, que gera uma dinâmica de ensino em que os alunos acumulam informação.**
- A maioria dos professores segundo essa visão, ao utilizar um processo de transmissão de informação, **conduz a experiência matemática do aluno por caminho no qual ele não analisa a Matemática como uma área de pesquisa e investigação.**
- Ao preparar com antecedência os problemas a serem apresentados aos alunos, o **professor reserva para si a transposição dos obstáculos e o caminho produtivo da descoberta, apresentando ao aluno uma solução bonita e eficiente, sem deixar o legítimo ato de pensar matematicamente**

A geometria envolve três formas de processo cognitivo

que preenchem específicas funções epistemológicas, segundo Duval (1995):

1. **visualização** é o processo que examina o espaço-representação da ilustração de uma afirmação, para a exploração heurística de uma situação complexa, por uma breve olhada ou por uma verificação subjetiva;
2. **construção** (processo por instrumentos) é a construção de configurações, que pode ser trabalhado com um modelo, em que as ações representadas e os resultados observados são ligados aos objetos matemáticos representados;
3. **raciocínio** na relação no processo do discurso para a extensão do conhecimento, para a prova e a explicação.

Diferentes apreensões da figura

- Segundo ainda o autor, essas três espécies de processos cognitivos são entrelaçados em sua sinergia e cognitivamente necessários para a proficiência da geometria.
- Por outro lado, a heurística dos problemas de geometria refere-se a um registro espacial que dá lugar as formas de interpretações autônomas. Para essas interpretações, Duval (1995) distingue três tipos de apreensões:

As diferentes apreensões da figura

1. seqüencial: é solicitada nas tarefas de construção ou nas tarefas de descrição com objetivo de reproduzir uma figura;
2. perceptiva: é a interpretação das formas da figura em uma situação geométrica;
3. discursiva: é a interpretação dos elementos da figura geométrica, privilegiando a articulação dos enunciados, pois as mergulha numa rede semântica de propriedades do objeto;
4. operatória: é uma apreensão centrada sobre as modificações possíveis de uma figura de partida e a reorganização perceptiva que essas modificações sugerem.

Distinção das formas de apreensão da figura

A resolução de problemas de geometria e a entrada na forma de raciocínio que essa resolução exige, depende da tomada de consciência da distinção das formas de apreensão da figura.

A apreensão operatória das figuras depende das modificações que a figura pode sofrer, que são classificadas por Duval (1995) do seguinte modo:

1. **modificação "mereológico"**: a figura pode separar-se em partes que são subfiguras da figura dada, fracionando-se e reagrupando-se, isto é, uma relação da parte e do todo;
2. **modificação ótica**: é a transformação de uma figura em outra chamada sua imagem;
3. **modificação posicional**: é o deslocamento em relação a um referencial.

Três níveis de problemas

- **Nível 1:** aqueles em que há congruência operatória da figura e um tratamento matemático, neste caso uma apreensão discursiva explícita não é necessária.
- **Nível 2:** aqueles em que a apreensão discursiva é necessária, porque não há mais congruência da figura ou porque é explicitamente pedido como justificativa.
- **Nível 3:** aqueles que exigem mais que uma apreensão discursiva, o recurso aos esquemas formais lógicos específicos tais como o raciocínio disjuntivo, o raciocínio por contraposição.

Condições facilitadoras da aprendizagem da geometria

Destacamos(Duval, 1995) as seguintes condições:

1. **Prática sistemática** dos problemas de nível um;
2. **Distinção** entre apreensão perceptiva e discursiva;
3. **Representação de uma rede de propriedades** formando uma rede semântica de todos os conhecimentos solicitados na demonstração;
4. **Compreensão da diferença** entre uma argumentação no quadro da prática natural do discurso e articulação dedutiva.

obstáculos epistemológicos

1. **A demonstração usando o raciocínio por absurdo** é um obstáculo na história da geometria e no ensino atual (Duval, 1995).
2. **A coordenação dos diferentes registros de representação** (a escrita algébrica, as figuras geométricas, o discurso na língua natural) ligados ao tratamento dos conhecimentos não se opera espontaneamente, mesmo ao curso de um ensino que mobilize essa diversidade de registros (Duval, 1995).
3. **As figuras formam um suporte intuitivo importante nos passos** da demonstração em geometria, elas dão uma visão maior do que o enunciado, elas permitem explorar, antecipar.
4. **Os alunos acham inútil ou às vezes absurdo** terem de demonstrar uma propriedade que se “vê” sobre a figura.
5. **A não constituição de uma rede semântica dos objetos** matemáticos e dos teoremas solicitados por uma demonstração associada ao registro de representação em uma rede de propriedades lógicas, pode constituir um obstáculo ao aprendizado da demonstração.

Obstáculos didáticos

- Os tipos de problemas, observados em livros didáticos, em geral, não propõem questões envolvendo demonstração (Gouveia, 1998).
- A passagem da geometria empírica para a geometria de dedução é um obstáculo para a demonstração (Muller, 1994).
- Muitos professores deixaram de incentivar os alunos a fazerem quaisquer demonstrações, justificando que não dá tempo nem de ensinar Geometria quanto mais para demonstrar teoremas.
- A aprendizagem da demonstração tem ocorrido muitas vezes por analogia. O professor propõe um modelo submetido à observação e o aluno é levado a imitar o método de resolução, numa situação aproximada. E os alunos têm dificuldades em mobilizar os saberes.

Os obstáculos lingüísticos

1. **Geralmente a maioria dos alunos lê pouco** e tem dificuldades em decompor as definições e propriedades matemáticas.
2. A dificuldade dos alunos de interpretarem corretamente um problema e a incapacidade em produzir a explicação de sua solução com um mínimo de vocabulário apropriado mostram sua dificuldade em entender os textos mais simples.
3. **As informações contidas no enunciado obedecem a regras matemáticas precisas.** Ao compreender seu senso global o aluno estará capaz de selecionar as informações principais e de revelar as relações entre elas. Uma má leitura pode conduzir a não respeitar as relações das instruções e conseqüentemente cometer erros.
4. Segundo Muller (1994), uma parte das dificuldades dos alunos a propósito de problemas geométricos é devido à **falta de habilidade no vocabulário: leitura (compreensão dos enunciados) e redação (formulação de argumentos):**
 - a. **O aluno pode raciocinar** corretamente e enxergar a solução de um problema de geometria e ter dificuldade em responder com argumentos precisos.
 - b. **A leitura incorreta de definições leva** à não compreensão dos objetos matemáticos envolvidos nessa definição.

As diferentes geometrias segundo Parzysz

Como minimizar esses problemas?

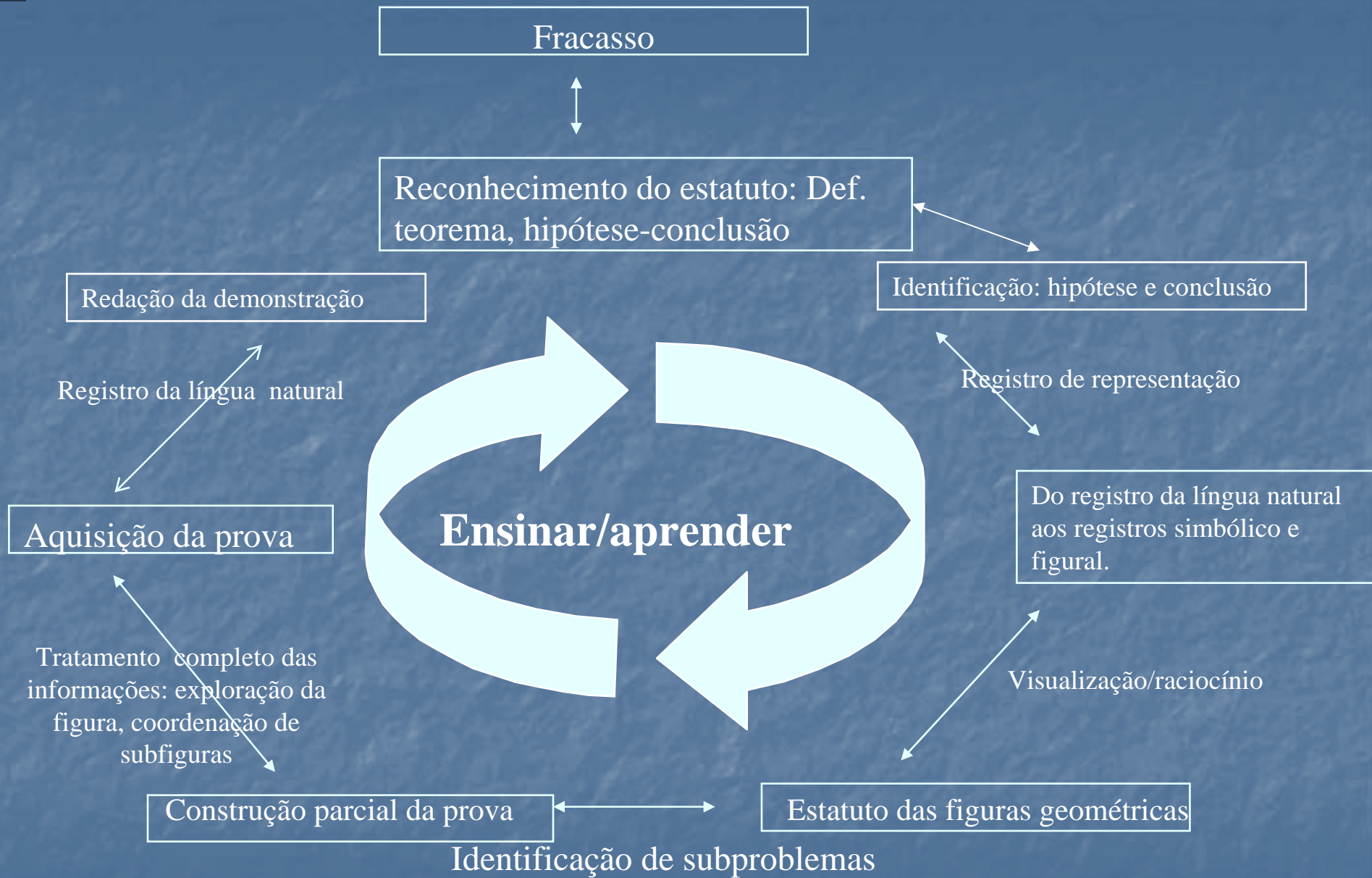
Para minimizar esses problemas, construímos situações de ensino-aprendizagem, considerando-se os seguintes aspectos:

1. **figuras geométricas** que tenham um papel heurístico, levando em conta suas diferentes apreensões: perceptiva, discursiva, operatória e seqüencial;
2. **demonstração como parte integrante do processo** ensino-aprendizagem dos conceitos/habilidades geométricos e do raciocínio lógico-dedutivo;
3. **a importância dos registros de representação** (desenho/figura geométrica, linguagem natural, linguagem matemática).

Para a compreensão e a aquisição de habilidades em geometria,

- Deve-se desenvolver situações de aprendizagem levando em consideração os aspectos seguintes:
 1. O processo de aquisição dos conhecimentos, em particular dos conhecimentos em geometria apóia-se sobre:
 - construções geométricas (conversão do registro discursivo ao figural);
 - atividades de resolução de problemas geométricos;
 - atividades de formulação (registro discursivo);
 - observação de provas associadas a tomadas de decisão;
 - entendimento e redação da solução de problemas.

2. **A resolução de problemas de geometria** e a entrada na forma de raciocínio que essa resolução exige, está associada à distinção das diferentes apreensões da figura (apreensões seqüencial, perceptiva, discursiva e operatória).
3. **A atividade exigida em geometria**, no Ensino Básico, faz apelo a três registros de representação semiótica e sua coordenação: o registro discursivo, o registro das figuras e o registro matemático (ou das escritas algébricas).
4. **A construção de situações para a sala de aula**, nas quais **a iniciação à demonstração tem um papel importante**, leva os alunos de 5^a à 8^a série a uma melhor compreensão dos conceitos geométricos e à aquisição de habilidades geométricas.



Descrição do esquema

1. **Conhecer o estatuto das definições**, os postulados e os teoremas, pois eles são as ferramentas a serem usadas na *demonstração*.
2. **Efetuar conversões de registros de representação semiótica**.
3. **Coordenar os registros de representação** semiótica ajudará o aluno a se apropriar dos conceitos envolvidos nos problemas propostos.
4. **Compreender, por meio da visualização-raciocínio**, o estatuto da figura, dominando as mudanças de linguagem: natural para a linguagem matemática e para a linguagem da figura.
5. **Identificar os subproblemas e as ferramentas** necessárias para resolvê-los.
6. **Organizar de modo lógico as provas parciais** através do tratamento completo das informações, associado à exploração e à organização de um esquema da *demonstração*.
7. **A redação da demonstração na linguagem natural** completará a administração geral das provas parciais.